

Pismeni ispit iz Matematike I, 14.06.2012. termin 9h

Grupa A

$$2x + y + z = 0$$

1. U zavisnosti od realnog parametra a riješiti sistem jednačina: $4x + ay - 2z = 8$.

$$2x + (2a - 3)y + (a - 4)z = 10 - 2a$$

2. Date su ravni $\alpha : x + y - 3z + 1 = 0$, $\beta : 2x + 2y - 6z + 3 = 0$. Ispitati uzajamni položaj ravni α i β . Ako se ravni sijeku odrediti jednačinu njihove presječne prave u kanonskom obliku, a ako se ne sijeku odrediti rastojanje ravni α i β .

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \ln\left(\frac{3x-1}{3x+3}\right)$.

4. Riješiti integral: $\int \frac{x^2 + 2}{x(x-1)(x^2 + 1)^2} dx$.

Grupa B

$$2x - y + z = 2$$

1. Riješiti sistem jednačina u zavisnosti od realnog parametra c : $-6x + cy - 3z = -4$.

$$6x - cy + (c - 2)z = c + 2$$

2. Date su prava a i ravan β u prostoru: $a : \frac{x+1}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+5}{1}$ i $\beta : 3x - 2y + z - 6 = 0$.

Odrediti međusobni položaj prave a i ravni β . Ukoliko se prave a i ravan β sijeku odrediti veličinu ugla φ između prave a i ravni β , kao i presečnu tačku prave a i ravni β , a ako se ne sijeku odrediti rastojanje između prave a i ravni β .

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{1 - \ln 5x}{x^2}$.

4. Izračunati integral: $\int \frac{x^3 + 2}{x(x^2 - 1)^2} dx$.

Grupa C

$$x + y + 2z = 1$$

1. U zavisnosti od realnog parametra t riješiti sistem jednačina: $3x + (t+1)y + 3z = t$.

$$2x + 2y + (t-1)z = 1$$

2. Da te su prave $p : \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{0}$ i $q : \frac{x+2}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{-1}$. Ispitati međusobni položaj ove dvije prave. Ako se prave sijeku ili su paralelne odrediti jednačinu ravni koja ih sadrži, a ako su mimoilazne onda odrediti udaljenost te dvije prave.

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \ln(2x^2 + 5x - 7)$.

4. Riješiti integral: $\int \frac{x^2 + 1}{(x-3)(x^2 - 4)^2} dx$.

Pismeni ispit iz Matematike I, 14.06.2012. termin 12h

Grupa A

1. Odrediti kompleksne brojeve z_1 i z_2 u algebarskom obliku ako je $z_1 = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{768} + \overline{(2-i)^3} - 2i}{\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^{17}}$,

$$(z_2 + 1)^3 = -27.$$

2. Naći vektor \vec{c} koji je normalan na vektorima $\vec{a} = (3, 2, 2)$ i $\vec{b} = (18, -22, -5)$, sa y -osom gradi tupi ugao i $|\vec{c}| = 7$.

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{-e^{2x}}{1+2x}$.

4. Riješiti integral: $\int \frac{1}{\sin^4 x \cos^2 x} dx$.

Grupa B

1. Odrediti kompleksne brojeve z_1 i z_2 u algebarskom obliku ako je $z_1 = \frac{(3 + \sqrt{3}i)^{123} + \overline{(1-i)^4} + 5i}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{3}i\right)^{28}}$,

$$(z_2 - 1)^2 = 49i.$$

2. Dati su vektori $\vec{a} = (8, 4, 1)$ i $\vec{b} = (2, -2, 1)$. Naći vektor \vec{c} koji je okomit na vektoru \vec{a} , komplanaran sa vektorima \vec{a} i \vec{b} , sa vektorom \vec{b} gradi oštar ugao i $|\vec{c}| = \sqrt{2} \cdot |\vec{a}|$.

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{x-2}{x+2} e^x$.

4. Riješiti integral: $\int \frac{1 + \operatorname{tg} x}{\sin(2x)} dx$.

Grupa C

1. Odrediti kompleksne brojeve z_1 i z_2 u algebarskom obliku ako je $z_1 = \frac{\left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)^{536} - |3-7i+3i| + 6}{i^{2011}}$

$$i (z_2 + 2)^4 = 16.$$

2. Dati su vektori $\vec{a} = (2k-1, 2, k+2)$, $\vec{b} = (3, k-1, -1)$, $\vec{c} = (p, 1, 3)$, $k \in \mathbb{R}$, $p \in \mathbb{R}$. Odrediti vrijednost parametara k i p tako da važi $\vec{a} \perp \vec{b}$ i $|\vec{c}| = \sqrt{26}$. Pokazati da su vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni, a zatim izraziti \vec{a} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{b} i \vec{c} .

3. Ispitati i nacrtati graf funkcije $y = \frac{1}{x+3} e^{x+3}$.

4. Izračunati integral: $\int \frac{5 \sin x + 2 \cos x}{2 \sin x + 7 \cos x} dx$.